Les mathématiques, fondement du métier d'ingénieur **A.-B. Ergo**

Les mathématiques font partie intégrante de la pensée moderne que ce soit dans la logique, dans la statistique ou dans le raisonnement déductif. Elles sont présentes également dans de nombreuses applications du domaine scientifique (physique, biologie, chimie) mais aussi dans des domaines plus proche des sciences dites humaines ou même littéraire comme la géographie, l'économie voire la sociologie ou la linguistique.

On ne sait pas grand-chose de la naissance de la notion du nombre et même, si l'homme a eu conscience probablement assez tôt de la notion du pluriel (le poisson, les poissons, l'arbre, les arbres) on ne peut pas situer l'instant où il a effectivement compris le caractère commun qu'ont deux poissons et deux arbres ; l'instant de la naissance des mathématiques.

Le développement de cette science ne fut pas continu dans l'histoire, sauf à partir du XVIe siècle. Néanmoins, la distorsion qui a toujours existé entre la réalité de cette science et l'état de sa transmission dans l'enseignement, a souvent engendré des mises à jour brutales qui ont eu comme principal effet de donner à cette science un aspect rébarbatif qu'elle n'a pas en réalité.

Aujourd'hui, les mathématiques sont un outil de compréhension du monde, notamment par la schématisation du réel de manière à pouvoir travailler sur lui pour le modifier. Nous sommes en plein dans le monde des ingénieurs et de la technologie ; mais que de chemin parcouru pour arriver à cette compréhension.

Toutes les grandes civilisations ont connu des notions de mathématique, probablement au départ de l'observation des phénomènes naturels et des tentatives d'explication dans une démarche philosophico-religieuse. Que ce soit chez les Mayas au départ d'observations astronomiques d'une grande précision, expliquées par un système de numérotation de base 20, ou dans la vieille civilisation chinoise où, à côté de calculs d'astronomie, on explique de nombreuses applications dans lesquelles sont utilisées les fractions et le théorème attribué à Pythagore, commenté de manière algébrique (Zhoubei Suang Jing et Jiuzhang Suan Shu), recueils datant d'avant l'ère chrétienne. Curieusement, à l'inverse de ce qu'on observe à l'époque moderne, les découvertes mathématiques des Chinois, même à leur apogée avec Zhu Shije (décédé en 1303), ont peu de relations avec leurs importantes découvertes technologiques (poudre à canon, compas, imprimerie, papier etc.).

Deux grandes civilisations de l'Orient classique vont marquer les connaissances mathématiques par leurs réalisations d'abord, comme l'Égypte dont le papyrus Rhind (XVIIe siècle avant J.-C ;) nous détaille les connaissances : numérotation décimale, proportions analogues, équations du premier degré, géométrie, valeur de XX = (3 + 1/6), etc., mais dont les papyrus les plus récents nous confirment une certaine décadence. La Mésopotamie (l'Irak d'aujourd'hui) qui a connu une haute civilisation 40 siècles avant J.-C. et qui utilisait déjà une numérotation de position et une base 60 (20 siècles avant J.-C.) après avoir abandonné la base 10 ; qui développait des procédés algorithmiques ; fabriquait des tables (carrés, cubes, racines,…) ; utilisait couramment l'interpolation linéaire et des procédés similaires aux logarithmes et aux exponentielles modernes. Mais, si brillantes soient-elles, les mathématiques orientales ne connaissaient pas la notion de démonstration et l'abstraction en était pratiquement absente.

La civilisation grecque va récupérer ces connaissances disparates et empiriques et va s'attacher à construire leur démonstration. La mathématique grecque est donc une science rationnelle fondée sur des raisonnements déductifs (Pythagore) semblables aux nôtres mais avec vingt siècles d'avance. La vision grecque du monde est guidée par les nombres entiers et l'influence pythagoricienne est déterminée pendant toute la période du siècle d'or de Périclès. C'est de cette époque que datent trois problèmes qui vont intriguer les mathématiciens pendant très longtemps : la trisection de l'angle, la quadrature du cercle et la duplication du cube. La découverte des nombres rationnels va anéantir la conception pythagoricienne du monde et ouvrir l'ère platonicienne, c'est-à-dire celle de la logique (400 ans avant J.-C.), fille des mathématiques et de la philosophie. Durant toute cette période, avec Eudoxe de Cnide (408-355) qui a inventé la méthode d'exhaustion, ancêtre de l'intégration, c'est la géométrie qui assure le rôle mathématique principal.

L'époque d'Alexandre le Grand est marquée par les travaux d'Euclide lequel construit sa géométrie au départ d'axiomes et de démonstrations rigoureuses et logiques parfaites qui portent cependant en elles le déclin des mathématiques grecques, car leur perfection est un frein au développement de l'algèbre.

La pensée d'Archimède (287-212) s'écarte de la pensée platonicienne en alliant une extrême rigueur au souci des applications pratiques. Certaines de ses idées portent d'ailleurs en elles les germes de ce qui deviendra plus tard le calcul différentiel et le calcul intégral bien connus des ingénieurs, calculs qui ne furent redécouverts en Occident qu'à partir du XVIe siècle.

Le déclin des mathématiques grecques intervient lors de l'empire romain qui ne s'intéresse qu'aux travaux d'arpentage, ainsi qu'aux cours relatifs aux querelles mystiques des savants grecs et, plus tard, à l'hostilité du monde chrétien pour cette « connaissance païenne ». La Mathématicienne Hypatie sera d'ailleurs lapidée en

415 par les chrétiens. Les mathématiques grecques rejetées par le monde chrétien seront néanmoins sauvées dans les monastères par les moines copistes des recueils anciens et surtout par le monde scientifique arabe qui recueillera simultanément l'héritage grec et celui de l'Inde.
Depuis très longtemps (15^{e} siècle avant J.-C.) existe dans la péninsule indienne un savoir mathématique dont on retrouve les traces dans la littérature védique notamment dans les Sulvasutras (règle de la corde) puis dans les Siddhantas (systèmes d'astronomie) dont un recueil nous est parvenu complet (le Suryasiddhantas, système du soleil). C'est la toute première fois dans ce recueil qu'on voit apparaître l'emploi du système décimal de numérotation de position, utilisant la notation brahmi des 9 chiffres et du 0.
Même si l'exactitude n'est pas toujours au rendez-vous des écrits indiens d'Aryabhata et de Brahmagupta, l'apport précieux et original des mathématiciens indiens est la mise en veilleuse de la géométrie grecque, l'utilisation d'une notation moderne utilisant le zéro comme un nombre sur lequel on peut travailler, l'ouverture aux nombres négatifs et l'avènement de la trigonométrie.
On a vu que les Arabes vont faire la synthèse des mathématiques grecques et indiennes plus particulièrement après le schisme du calife Al-Mansour et des Arabes de l'Est qui s'établirent près de Bagdad. Une certaine frénésie de traduction des livres indiens et grecs (notamment l'Amalgeste de Ptolémée) prend corps parmi les savants arabes et étrangers qui se côtoient à Bagdad. Al-Kharezmi introduira la numérotation indienne de position dans les mathématiques arabes et son nom latinisé (algorithme) désignera le système de l'arithmétique basé sur cette numérotation de position avant de désigner plus tard, toute suite de procédés opératoires. Son livre le mieux connu (le livre de calcul de réduction et d'annulation) bien qu'inférieur au traité du Grec Diophante, est un exposé clair et ordonné des connaissances algorithmiques de l'époque. Le mot « algèbre » provient d'ailleurs du titre arabe du livre où l'expression « al-jabr » a été latinisée. L'algèbre arabe présentait néanmoins deux handicaps importants pour pouvoir se développer : le refus de pouvoir considérer les nombres négatifs comme pouvant être des racines d'équations et également l'absence de notation symbolique. Le plus grand mérite des Arabes est de s'être ouverts aux deux cultures mathématiques, d'en avoir fait la synthèse dans 4 grandes directions : arithmétique, algèbre, géométrie et trigonométrie et d'avoir créé en Espagne, à Tolède, un pôle mathématique qui va influencer le monde chrétien du Moyen-Âge, lequel adoptera le système de numérotation indo-arabe.
Il faudra attendre la Renaissance et le mouvement artistique et politique en Italie pour que la pensée mathématique grecque soit redécouverte et comprise. Chuquet (1445-1500) créera la notation de l'exponentielle, les algébristes Tartaglia, Ferrari, Cardan … trouveront les solutions générales des équations du 2^{e} et 4^{e} degré, Bombeli créera les nombres complexes (appelés impossibles à l'époque, François Viète représentera systématiquement les inconnues et les paramètres des équations par des lettres.
Mais c'est à Descartes et à Fermat au XVIIe siècle qu'on devra l'importante étape suivante, l'invention du système des coordonnées et la représentation d'un point d'un plan par deux nombres et celui d'un point de l'espace par trois nombres. Fermat et Pascal jetteront les bases de la théorie de la probabilité et participeront aux prémices d'une autre grande découverte, celle de l'Analyse, c'est-à-dire tout ce qui est au-delà des calculs finis et qui exige le passage à la limite. Si Newton et Leibniz sont plus particulièrement cités pour cette création, ces auteurs ont bénéficié de tout un mouvement et d'un échange d'idées à l'échelle européenne. Le calcul différentiel et le calcul intégral voient le jour et les notations commodes de Leibniz sont conservées par les frères Bernouilli. L'analyse se consolide avec les travaux de Taylor et de Mac Laurin. La notion de fonction continue envisagée par Euler et d'Alembert est précisée par Lagrange, Fourier et Cauchy.
C'est à cette époque, à la fin du XVIIIe siècle, qu'est créée à Paris l'École Polytechnique, berceau de formation des ingénieurs modernes, dans laquelle Cauchy enseigne les mathématiques. L'analyse se développe encore avec l'étude des fonctions elliptiques (Gauss, Liouville, Poincarré), avec l'étude des nombres réels (Dedekind, Weierstrass), celle des intégrales de Riemann étendues à d'autres domaines par Stieltjes et Lebesgue, avec la création de la topologie et de la mathématique des structures (Cantor) et celle de l'axiomatique qui va aboutir aux géométries hyperboliques de Gauss, de Bolay et de Lobatchevski puis de Riemann, géométries irréfutables sur le plan logique, mais contradictoires deux à deux, laissant douter tout le monde et s'écrouler des dizaines de siècles d'évidences mathématiques jusqu'à ce que cette question soit étudiée et réglée par Hilbert.
Au XXe siècle, la philosophie rejoint les mathématiques avec les ensembles paradoxaux (qui ne peuvent exister) ; la notion d'existence d'êtres mathématiques et, parmi ceux-ci, de ceux qui peuvent exister sans qu'on puisse se les représenter (courbe partout continue et n'acceptant aucune tangente). Cette notion crée d'ailleurs une querelle entre les mathématiciens qui se divisent entre « intuitionnistes » (comme Brouwer) et « formalistes ». On doit également citer la tentative d'unification des mathématiques par le groupement Bourbaki et la publication d'un ouvrage collectif appelé « Eléments de mathématique » (au singulier), pour appeler probablement un lointain parrainage d'Euclide

Le développement industriel ne pouvait prendre naissance que dans les lieux où se développaient les mathématiques modernes et la logique. Puisque la technologie est la technique rationalisée par la science, la présence de la science et celle de la technique devait être également simultanée. Elles le seront en Grande Bretagne dans les filatures dès 1750, elles le seront en France durant le blocus continental et l'essor de la chimie puis, plus tard, dans le reste de l'Europe avec le développement des houillères et du chemin de fer. Les mathématiques trouveront également leurs applications en économie, puis en sociologie après les bouleversements sociaux engendrés par l'industrialisation.
Les découvertes génétiques induiront la mathématique génétique si bien détaillée par Falconer ; les recherches biologiques induiront la biométrie (Fisher, Vessereau et l'ingénieur belge Dagnelie entre autres) ; les méthodes de classement s'inspireront des mathématiques développées par Hotelling, Sokal et l'école française de Paris conduite par Benzécri. Les mathématiques de ma carrière d'ingénieur !
Le nombre est partout. Or de l'unité au zéro que les informaticiens modernes utilisent journellement avec la certitude de franchir un pas minuscule, il y a en réalité un pas de géant correspondant au temps qu'il a fallu pour passer de la compréhension et de l'invention du nombre identité « un » à celui du « zéro », invention majeure et essentielle, point de départ des mathématiques, puis de la chaîne des concepts successifs soudés les uns aux autres.
L'histoire de l'ingénieur, homme du « geste » mesuré, c'est l'histoire de l'humanité. Mais qui sait encore aujourd'hui, parmi les diplômés de l'enseignement universitaires ou parmi ceux de l'enseignement supérieur de type long, que les 360° du cercle répartis en soixante minutes partagées en soixante secondes sont un héritage culturel venant du bout des âges et de la base 60 des Sumériens, les habitants de l'Irak il y a 6.000 ans ?